Revista Psicologia & Saberes

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

A MATEMÁTICA É ARRETADA: UM COLÓQUIO ENTRE DOIS IRMÃOS MATEMÁTICOS

MATHEMATICS IS ARRESTED: A COLLOQUY BETWEEN TWO MATHEMATIC BROTHERS

Edel Alexandre Silva Pontes[1]

Edel Guilherme Silva Pontes[2]

RESUMO: Matemática é uma palavra que tem origem na palavra grega "máthema" que significa Ciência, conhecimento ou aprendizagem, derivando daí "mathematikós", que significa "aquilo que se pode aprender". Este estudo tem como objetivo proporcionar o quanto a matemática é arretada, expondo alguns problemas e desafios matemáticos que foram discutidos nas inúmeras madrugadas que nos reunimos para apresentar esta proposta. Arretada serve para valorizar positivamente um objeto ou pessoa, algo de grandiosidade e beleza. Assuntos ligados à aritmética, álgebra, geometria, grafos, probabilidades, entre outros serão expostos de maneira bastante peculiar e sempre provocando os leitores pesquisadores a perceber o quanto a matemática é arretada. Enfim, a matemática é arretada e poderosa, além de ser prazerosa para os seus apaixonados fieis é intrigante para aqueles que dizem não gostar ou sentem dificuldades em seu aprendizado, muitas vezes herdados de seus professores de infância, porém, mesmo assim, sabem da importância e necessidade dessa ciência de todas as ciências.
Palavras-chave: Matemática. Arretada. Aplicações e Problemas.

ABSTRACT: Mathematics is a word that originates from the Greek word "máthema" which means Science, knowledge or learning, deriving from it "mathematikós", which means "what can be learned". This study aims to provide as much mathematics as possible, exposing some mathematical problems and challenges that were discussed in the countless dawns that we met to present this proposal. Arretted serves to positively value an object or person, something of grandeur and beauty. Matters related to arithmetic, algebra, geometry, graphs, probabilities, among others, will be exposed in a very peculiar way and always provoking research readers to realize how much mathematics is involved. Anyway, mathematics is daring and powerful, besides being pleasurable for your passionate believers, it is intriguing for those who say they don't like it or feel difficulties in their learning, often inherited from their childhood teachers, but even so, they know the importance and the need for that science of all sciences.
Keywords: Mathematics. Arretted. Applications and Problems.

1. COMO SURGIU A IDEIA DO TEXTO?

A Evolução é a lei da Vida, o Número é a lei do Universo,
a Unidade é a lei de Deus.
Pitágoras

[1] Pesquisador e Professor Titular do Instituto Federal de Alagoas. edel.pontes@ifal.edu.br
[2] Pesquisador e Professor Titular da Universidade Estadual de Alagoas. edel@uneal.edu.br

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

Este trabalho surgiu de uma conversa entre os autores, irmãos de pai e mãe matemáticos, sobre a possibilidade de escrever algo, em linguagem usual, a respeito do quanto à matemática é importante para o desenvolvimento cognitivo de um individuo. Em nosso dialogo despretensioso, a priori, principiamos a percorrer as diferentes áreas contempladas pela matemática e percebemos o quanto é fascinante sua beleza, seus princípios e suas conjecturas.

Não representa, neste momento, uma incumbência simplória aventurar-se por intermédio de um texto, com menos de vinte laudas, explanando tudo aquilo que pressentimos verdadeiramente pela matemática. A tarefa é magistral, porém nos eleva a uma responsabilidade imensurável, além do comprometimento de escrever para um público com sede de depreender os mistérios desta ciência tão intrigante.

Por ser filhos de matemáticos, Edmilson de Vasconcelos Pontes (1936-1995) e Elia Araujo Silva Pontes, não poderia ser diferente encontrar uma similaridade lógica entre nossos nomes, provenientes de uma ideia peculiar de nossos pais: ED de Edmilson + EL de Elia = EDEL.

A Matemática é arretada! Esta foi nossa frase habitual em encontros inacabáveis regados a um bom vinho e sempre com uma caneta em mãos. A palavra arretado ou arretada é bastante utilizada na linguagem popular do regionalismo do nordeste brasileiro. Arretada serve para valorizar positivamente um objeto ou pessoa, algo de grandiosidade e beleza.

Este estudo tem como objetivo proporcionar o quanto a matemática é arretada, expondo alguns problemas e desafios matemáticos que foram discutidos nas inúmeras madrugadas que nos propomos a fazer. Deste modo, na ousadia de afrontar um desafio prazeroso e na persistência de tirar proveito de nossos encontros, transformando-os em um colóquio de números, formas e curiosidades, nasce o trabalho aqui exposto.

2. INTRODUÇÃO

Matemática é uma palavra que tem origem na palavra grega “máthema" que significa Ciência, conhecimento ou aprendizagem, derivando daí "mathematikós", que significa "aquilo que se pode aprender”. Diz-se que a matemática é uma ciência extremamente mal compreendida e estupidamente mal amada, porém é admirada por todos pela sua natureza de explicar os fenômenos da natureza.

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

Para Devlin (2005) as pessoas se dividem em dois grupos: aqueles que acreditam ser a matemática extremamente incompreensível, e outro grupo, bem menor, que acham a matemática bastante fácil, com quase ninguém nos extremos. Nesta percepção, um ditado popular é absolutamente correto: a Matemática ou você ama ou você odeia.

> Na antiguidade o ser humano não necessitava contar, nem de criar símbolos para registrar quantidades, o senso numérico dos humanos já era suficiente para atender suas necessidades. [...] Com o passar do tempo, o ser humano começa a se fixar, criar residências, deixando de ser nômade e mudando a forma de encarar o mundo. [...] As transformações começaram a partir do momento em que o homem começou a sentir dificuldade de controlar seu rebanho devido ao aumento de animais, e também pela produção de alimentos que se tornava cada vez maior. Foi a partir daí que começaram as primeiras relações entre quantidades e símbolos. O pastor quando saia com suas ovelhas para pastar fazia algumas relações entre símbolos e quantidades de ovelhas (BORGES, 2015, p.38).

Boyer e Merzbach (2019) comenta que a diferença do homem para os outros animais acentua-se em maior escala pela sua linguagem, cujo desenvolvimento foi primordial para que abrolhasse o pensamento matemático. Possivelmente se o problema da linguagem não fosse tão difícil na evolução da humanidade quem sabe outros sistemas, além do decimal, tivessem maiores avanços.

Poincaré (1996) contrapõe a dificuldade de compreender porque existem pessoas que não gostam da Matemática, sendo ela apenas fundamentada em regras lógicas, baseada em princípios comuns a todos os indivíduos. Mais uma vez, observa-se uma contradição de não contemplar aquilo que é necessário para sobrevivência.

Conforme Pontes (2019) a aptidão de lidar com a matemática limita-se frequentemente aos atributos mentais desenvolvidos pelo indivíduo, constituindo o raciocínio lógico e o senso numérico predicados essenciais para o seu desenvolvimento cognitivo em busca do entendimento desta ciência. Nota-se que para a compreensão de modelos matemáticos as características do intelecto e as particularidades cognitivas de um indivíduo são imprescindíveis para traçarmos sua trajetória de vida.

Frenkel (2014) afirma que o conhecimento matemático é diferente de qualquer outro conhecimento. Somos todos donos de todas as fórmulas e relações ou teoremas, ninguém tem autoridade de patentear princípios matemáticos, pois eles são nossos! A matemática é um modo de rescindir os obstáculos do convencional, uma expressão do pensamento ilimitado na busca da verdade.

Buscamos neste artigo afoitar-se na educação matemática de forma a promover a criatividade das possíveis interações decorrentes das relações entre as diversas áreas da matemática, capazes de motivar os estudantes dos diversos níveis escolares, favorecendo o aprendizado e enriquecendo e facilitando as práticas pedagógicas do ensino e aprendizagem de matemática. Assim sendo, deseja-se que este trabalho possa permitir uma visão generalista da importância da matemática para a inovação tecnológica, para o avanço cientifico, e particularmente, para o cotidiano do sujeito.

3. UM POUCO SOBRE MATEMÁTICA

A Matemática é o alfabeto com o qual
Deus escreveu o Universo
Galileu Galilei

A matemática muitas vezes tem uma aparência desinteressante e torna-se para muitos irrelevantes, mas seus modelos possuem uma impressionante beleza e de fundamental importância para o cotidiano das pessoas. Providência (2001) afirma que a matemática é a linguagem da ciência e da tecnologia e faz parte de nosso dia a dia, seja quando registramos nossas finanças domésticas, construímos nossa tão sonhada casa ou até mesmo quando viajamos de avião.

> Num mundo cada vez mais complexo e em que as incertezas (ambientais, econômicas, etc.) constituem uma ameaça, a matemática permite prever riscos e planear estratégias. A matemática estimula. A cada instante aparecem novas descobertas. [...] A matemática é predominantemente um labor da juventude, tal como a poesia, contrariamente à história ou às ciências jurídicas, saberes cumulativos que representam longa preparação e maturação (PROVIDÊNCIA, 2001, p.8-9).

A Matemática nos leva a descrever o mundo real com mais rigor e cuidado, nos faz analisar detalhadamente os fatos e tomar decisões racionais onde quer que nos levem. Onde não existe matemática, não há coerência e nem liberdade. Faz-se necessário fortalecer, aos quatro cantos, que a matemática seja realmente o alfabeto do universo, como afirmava Galileu. “Não existe área de atividade humana, em maior ou menor grau, onde a matemática não esteja presente. [...] Ela é um autêntico tesouro para a civilização devido aos diversos conhecimentos envolvidos” (PONTES, 2019, p.186). Para a Escola Pitagórica, os números eram sagrados e eles acreditavam que a base de toda a realidade que governava o mundo estava nas relações matemáticas.

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

Estando presente nas artes ou na música, nos jogos ou brincadeiras de criança, nas tomadas de decisão, no orçamento ou planejamento financeiro, nos problemas ou modelos complexos, e até mesmo nas simples operações do dia a dia, a Matemática é realmente arretada, proporciona a interação entre ensino e aprendizado, onde a arte de ensinar se relaciona com o prazer de aprender. “A matemática está presente em todos os segmentos da vida e em todas as tarefas executadas do nosso dia a dia, seja na compra de um simples pão como na aplicação de um grande investimento financeiro. Assim, ao acordar, o despertador expressa as horas utilizando o princípio da contagem do tempo, quando fazemos uma refeição utilizamos o conceito da proporção, e assim por diante” (CUNHA, 2017, p.641).

O século XX, o mais revolucionário da história da ciência, não seria como foi, se a matemática não estivesse tão viva e presente por meio de seus complexos modelos. O surgimento de uma matemática por algoritmos digitalização, da lógica binária, da teoria dos grupos, dos sistemas dinâmicos e o estudo estatístico de sinais. Apesar de toda essa evolução, a matemática ainda é um campo para poucos aventureiros.

> Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos teóricos, (...). Em todos os tempos e em todas as culturas, matemática, artes, religião, música, técnicas, ciências foram desenvolvidas com a finalidade de explicar, de conhecer, de aprender, de saber/fazer e de predizer (artes divinatórias) o futuro (D´AMBRÓSIO, 1996, p.27).

Em conformidade com D´Ambrosio (2007), a Matemática é a única disciplina escolar que é ensinada aproximadamente da mesma maneira e com o mesmo conteúdo para todas as crianças do mundo. E a única disciplina que permite um estudo comparativo avaliando rendimento escolar, onde os instrumentos de avaliação são os mesmos.

A matemática é arretada devido ao fato que ao se falar nela várias inquietações e interrogações deixa-nos curiosos e com desejos de saber como desvendar tais mistérios. Segundo Silva et al. (2000), a Matemática é uma disciplina com características muito próprias. Para estudar Matemática é necessária uma atitude especial, assim como para o ensino não basta conhecer, é necessário criar.

A matemática e suas tecnologias institui uma área de aplicação dos itens do maior concurso vestibular do Brasil, o Enem, onde por meio de classificação, são testados os conhecimentos dos estudantes. A matriz de referência do Enem compreende sete áreas de competências e trinta habilidades distribuídas com objetivos claros que devem ser tratados e

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

estudados. Além disso, o Brasil possui um forte programa de olimpíadas de matemática que tem o desígnio de fortalecer o pensamento matemático na educação básica, como também na descoberta de novos talentos.

4. NOSSAS CONVERSAS SOBRE A MATEMÁTICA

Para resolver todos os problemas do mundo bastam três coisas: Pensar, Pensar e Pensar.
Isaac Newton

A forte magia dos números, passando pela arte da numerologia e histórias milenares com o incrível poder de rever o passado e prever o futuro, por intermédio de suas representações algébricas, geométricas e trigonométricas. Os números tem uma essência cósmica, pura e inigualável, uma linguagem extremamente perfeita e arquitetada para consentir integralmente a evolução da humanidade, sem eles provavelmente permaneceríamos sem conexão com as forças do universo, sem eles teríamos dificuldade de se comunicar e se relacionar, sem eles seríamos meros coadjuvantes de grutas onde a luz solar ainda é ignorada.

Quando tomamos a decisão de encontros que pudessem trazer os números como força inesgotável de energia, começamos a perceber o grau de responsabilidade, em qualquer que fosse a deliberação, de escrever ou não sobre a matemática. Antes de tudo uma singela homenagem àquele que nos deu motivação, além de papai e mamãe, para enveredarmos pelo mundo mágico e fascinante da matemática: Malba Tahan, Um de seus problemas memoráveis apresentado em seu livro *o homem que calculava*, conta a história de três irmãos que estavam discutindo a divisão de um lote de camelos de uma herança deixada pelo pai. Eram 35 camelos e os irmãos teriam as seguintes partes, o mais velho teria direito a metade dos camelos, o irmão do meio a terça parte dos camelos e o mais novo a nona parte dos camelos. A questão era que a partilha proposta estava em conflito, pois a metade de 35 é 17 e meio. Além da terça e a nona parte de 35 também não serem exatas. O burburinho estava generalizado! O que fazer? Nesse momento chega Beremiz Samir com seu camelo. Após ouvir toda a problemática, ele sugere colocar seu camelo na partilha, agora são 36 camelos. Daí, a metade de 36 é 18 camelos, ótimo para o irmão mais velho. A terça parte de 36 é 12, o irmão do meio ficou feliz. E a nona parte de 36 equivale a 4 camelos, que maravilha para o irmão mais jovem Ora, $18 + 12 + 4 = 34$, sobraram dois camelos para Beremiz Samir. Uma lição importante na matemática é que numa divisão totalitária as somas das parcelas deve representar o todo.

Os nossos melhores encontros foram regados a bons desafios matemáticos e charadas bem intencionadas, uma delas foi sobre um grande império que tinha um Rei que gostava de desafiar seus prisioneiros de guerra. Normalmente, a vossa majestade propunha um desafio matemático para o aprisionado, e se ele respondesse corretamente, seria liberto, caso contrário, voltaria para a cela e teria nova oportunidade alguns dias depois. Em uma das ocasiões, o Rei disse a um dos prisioneiros: pensarei em três números naturais, A, B e C, de dois algarismos e você, prisioneiro, me dará três números naturais, X, Y e Z, quaisquer. Então, tomarei meus três números com os teus três números e farei a seguinte operação AX + BY + CZ, e te darei o resultado. Quais são os números que pensei? Será que existe uma possibilidade do prisioneiro buscar sua liberdade? Observe que se o prisioneiro der os números $1, 100, 10000$, então os números do Rei, A, B e C, serão os algarismos da soma AX + BY + CZ em base 100. Por exemplo: se o Rei pensou nos números $12, 45$ e 63, então a soma executada será $12x1 + 45x100 + 63x10000 = 634512$ e o prisioneiro estará livre. Um bom problema para a mesa de bar!

Quando afirmamos: seja x o valor de um número pertencente ao conjunto dos reais! Definimos para x infinitas possibilidades. Imagine uma delas: o número 4, por exemplo, de quantas maneiras podemos representa-lo? As mais simples operações da matemática são adição e multiplicação, onde podemos representar o quatro, tornando verdadeiras as seguintes igualdades: $4 = 2 + 2 = 2x2$, assim sendo, podemos relacionar duas operações básicas da matemática. Na potenciação, o número 4 está representado pela potência de base e expoente igual a 2, representada pela igualdade: $4 = 2^2$, onde o expoente indica a quantidade de vezes que devemos multiplicar a base para obter a potência. Dessa forma, podemos relacionar a potência com a soma e produto de reais: $2^2 = 2x2 = 2 + 2$. Caminhando ainda pela álgebra, o expoente de qualquer potência equivale ao logaritmo na mesma base de um valor chamado logaritmando. Se desejamos representar o número 4 como logaritmo na base 2, basta encontrar a potência de base 2 e expoente 4. Assim sendo, temos: $2^4 = 16 \leftrightarrow \log_2 16 = 4$.

Uma de nossas conversas sobre números, passamos a madrugada tentando construir números naturais utilizando apenas quatro quatros, por meio das operações matemáticas. Por exemplo: $0 = 4 - 4 + 4 - 4$; $1 = \frac{4}{4} + 4 - 4$; $2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$; $3 = \frac{4+4+4}{4}$; $5 = \frac{4x4+4}{4}$; $6 = 4 + \frac{4+4}{4}$, $\cdots$, $10 = \frac{44-4}{4}$, $\cdots$. E assim, por diante. É possível fazer essa construção até o número 100? Essa resposta é afirmativa e verdadeira, porém se faz necessário utilizar de outras operações

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

matemáticas, como por exemplo: a raiz quadrada, o fatorial, entre outros. Foi um trabalho e tanto, nesta madrugada dos quatro quatros!

Certa vez, em um dos nossos embates matemáticos, sugerimos a possibilidade de dispor oito oitos de forma que a soma seja 1000. Será que é possível? Observe que o número mais próximo de 1000, formado por apenas pelo algarismo 8 é o número 888. Sobram-nos cinco oitos, para obtermos $1000 - 888 = 112$. Seguindo de forma análoga, o número mais perto de 112, formado somente pelo algarismo 8 é 88. Restam apenas três oitos, desta forma devemos obter $112 - 88 = 24$. Ora, $24 = 8 + 8 + 8$. E o resultado seria: $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$.

Um problema matemático que nosso pai Edmilson Pontes nos contava, de forma extremamente didática, era sobre a história de dois amigos, uma matemático e outro empresário, que se encontraram no centro da cidade depois de um longo tempo. E o diálogo, entre eles, rolou da seguinte forma: O matemático perguntou ao empresário se ele tinha filhos? O empresário respondeu que tinha três filhos e sabia com certeza que o matemático seria capaz de descobrir as idades deles. Imediatamente, o matemático pediu uma pista e o empresário forneceu a seguinte informação: o produto das idades de meus três filhos é 36.

O matemático pensou e disse que ainda estava em dúvida e solicitou outra pista. O empresário respondeu: está vendo aquela casa do outro lado da rua, a soma das idades de meus três filhos é o número da casa. O matemático observou o número da casa e afirmou que ainda estava em dúvida. Neste momento o empresário falou: vou te dar outra chance, o mais velho toca piano. Prontamente, o matemático disse a resposta correta sobre as idades dos três filhos do empresário. Como ele descobriu? E qual o número da casa?

Percebe-se que no momento que o empresário ofereceu a primeira pista, o matemático relatou todas as possibilidades do produto de três números que sejam iguais a 36. Desta forma, teríamos: $(1,1,36); (1,2,18); (1,3,12); (1,4,9); (1,6,6); (2,2,9); (2,3,6); (3,3,4)$. A dúvida do matemático estava entre essas oito alternativas. No instante que o empresário forneceu a segunda pista, que a soma das idades era o número da casa, o matemático percebeu que das oito alternativas, na ordem, as somas eram: $38, 21, 16, 14, 13, 13, 11, 10$, respectivamente. Ora, então o número da casa era 13! Pois, deixou o matemático em dúvida, ainda. Entre os ternos de soma 13: $(1,6,6); (2,2,9)$. Na terceira pista, o empresário afirma que o mais velho toca piano. Se existe o mais velho, então as idades são: (2,2,9). Papai tinha infindáveis problemas de matemática que nos deixava curiosos e motivados a responder.

Continuando nossa discussão em relação à matemática, suponha agora um conjunto A com dois elementos, sendo $\mathrm{A} = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$, onde os elementos a e b pertencem ao conjunto dos números reais, a operação produto (a.b), existe e pode ser representada pelo produto direto dos fatores, a qual está definida por intermédio da soma de parcelas iguais, ou seja, pela quantidade b de parcelas na soma de elementos a, ou analogamente, pela quantidade a de parcelas na soma de elementos b. Como exemplo, imagine o produto dos números 2 e 5, o mesmo poderá ser representado pela soma de cinco parcelas iguais a 2 ou duas parcelas iguais a 5: $2x5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 + 5$. No produto de fatores iguais, definido como potenciação, a relação entre o produto e a potência é óbvia. O produto do fator 2, repetido cinco vezes, oferece a potência como resultado da operação, onde o fator 2 é a base da potência e o valor 5 é chamado de expoente ou logaritmo: $2x2x2x2x2 = 2^5 = 32$. Como vimos, o expoente da potência representa a quantidade de vezes em que devemos multiplicar a base, recebendo o nome de logaritmo: $5 = \log_5 32 \leftrightarrow 2x2x2x2x2 = 2^5 = 32$. Dessa forma, $\log_{\mathrm{b}}(\mathrm{b}x\mathrm{b}x\mathrm{b}x \cdots x\mathrm{b}) = \mathrm{n}$, sendo n, a quantidade de fatores b.

Assim, podemos encontrar facilmente aproximações inteiras para o logaritmo. Como exemplo, vamos encontrar a melhor aproximação inteira para o logaritmo de 70 na base 2: $\log_2 70 \sim 6$. Pois, $2x2x2x2x2x2 = 2^6 = 64$ e $2x2x2x2x2x2x2 = 2^7 = 128$. Neste caso, a melhor aproximação inteira é 6, visto que o valor do logaritmando 70 está mais próximo de 64 do que 128. Os logaritmos possuem explicações em diversas áreas do conhecimento, dentre elas, na química, biologia, física, arqueologia, engenharia, economia, etc. Como exemplo, a amplitude de um terremoto é logarítmica. A escala Richter é dada por $\log \mathrm{E} = 1{,}44 + 1{,}5\mathrm{M}$, onde M é a magnitude medida em graus Richter e E a energia.

A conversa sobre potência, exponencial e logaritmo nos fez tomar uma madrugada inteira e acendeu fortes discussões e conclusões. Um delas foi saber se era possível identificar o algarismo das unidades de um número na forma 3^n, $n \,\varepsilon\, \mathbb{N}$. Vamos tomar, como exemplo, a potência 3^{2378}. A pergunta é: Qual o algarismo das unidades simples desta potência? Elevemos 3 aos expoentes $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \cdots$. É possível encontraremos algum padrão? Vamos lá! $3^0 = 1$; $3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4 = 81$; $3^5 = 243$; $3^6 = 729$; $3^7 = 2187$; $3^8 = 6561$; $3^9 = 19683$, $\cdots$. Percebe-se, por indução, que o algarismo das unidades simples

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

das potências 3, se repete de quatro em quatro. Então, o algarismo das unidades simples das potências de 3 elevado a $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \cdots$.é, respectivamente, $1, 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, \cdots$. Desta forma o algarismo das unidades simples da potência 3^{2378}é o mesmo da potência de 3^x, onde x é o resto da divisão de 2378 por 4, isto é, $x = 2$. Logo, o algarismo das unidades simples de 3^{2378} é 2.

Na Geometria e na trigonometria, também observamos diversas aplicações e relações entre os números, quando desejamos representar em sistemas de coordenadas associadas às figuras geométricas, sendo elas na reta, no plano ou nos espaços. O número quatro pode ser representado como a área de um quadrado de base 2. Assim, como a área de um quadrado equivale ao quadrado do lado, temos: $4 = 2^2 = 2x2$.. O número quatro também pode ser representado pela medida do maior cateto no triângulo retângulo de hipotenusa cinco, Figura 1, e demonstrado pelo Teorema de Pitágoras, assim enunciado: em qualquer triângulo retângulo plano, o quadrado da medida da hipotenusa (a) equivale à soma dos quadrados das medidas dos catetos (b e c).

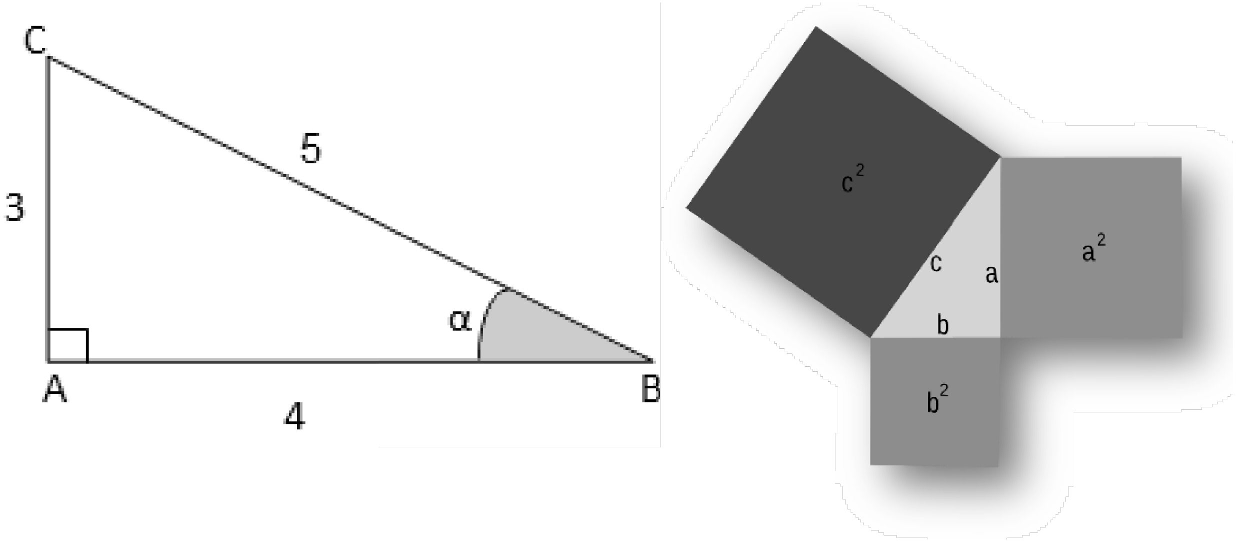

Figura 1 – Triângulo Retângulo e o Teorema de Pitágoras.
Fonte: elaborada pelos autores.

Neste dia, refletimos sobre a possibilidade de demonstrar um dos mais famosos Teoremas de matemática da humanidade: O Teorema de Pitágoras. E optamos em mostra-lo a partir da fórmula de Heron de Alexandria, onde afirma que a área de um triângulo plano ABC qualquer é dada pela fórmula $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, p é o semi-perímetro do triângulo ABC, de lados a, b, c.

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

Para a demonstração do Teorema, suponha um triângulo retângulo ABC de hipotenusa a e catetos b, c. A área deste triângulo retângulo é dada por $\frac{bxc}{2}$, daí, pela fórmula de Heron, temos: $\frac{bxc}{2} = \sqrt{(p^2 - ap)(p-b)(p-c)}$, como $p = \frac{a+b+c}{2}$ e efetuando o produto dentro do radical, teremos: $\frac{bxc}{2} = \frac{1}{4}\sqrt{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4}$ ∴ : $2bc = \sqrt{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4}$, elevamos ambos membros ao quadrado, temos: $4b^2c^2 = 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4$, simplificando, temos:

$2a^2b^2 + 2a^2c^2 - 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4 = 0 \therefore (a^2 + b^2 - c^2)^2 = 0$, daí, $a^2 + b^2 = c^2$ ■

Imediatamente, nos veio uma ideia de improvisar uma experiência com o Teorema de Pitágoras, no meio da rua, Figura 2. Solicitamos a ajuda de um vizinho e executamos a atividade da seguinte forma: Para iniciarmos foi necessário um treinamento para definirmos o comprimento do passo de um indivíduo, de forma que pudéssemos utilizar este padrão, denotamos por passo de Pitágoras, em torno de 90 cm. O vizinho foi posto em um ponto da rua e iniciamos nossa experiência. Guilherme deu 8 passos de Pitágoras na direção leste, em relação ao vizinho e Alexandre deu 6 passos de Pitágoras na direção sul, ao do vizinho. Após, essa primeira etapa, solicitamos que o vizinho caminhasse, em passos de Pitágoras, em linha reta, de Alexandre para Guilherme. Após a conclusão, requeremos que o vizinho afirmasse quantos passos de Pitágoras ele executou? E o vizinho prontamente falou, foram 10 passos de Pitágoras! Genial, Pitágoras vive!

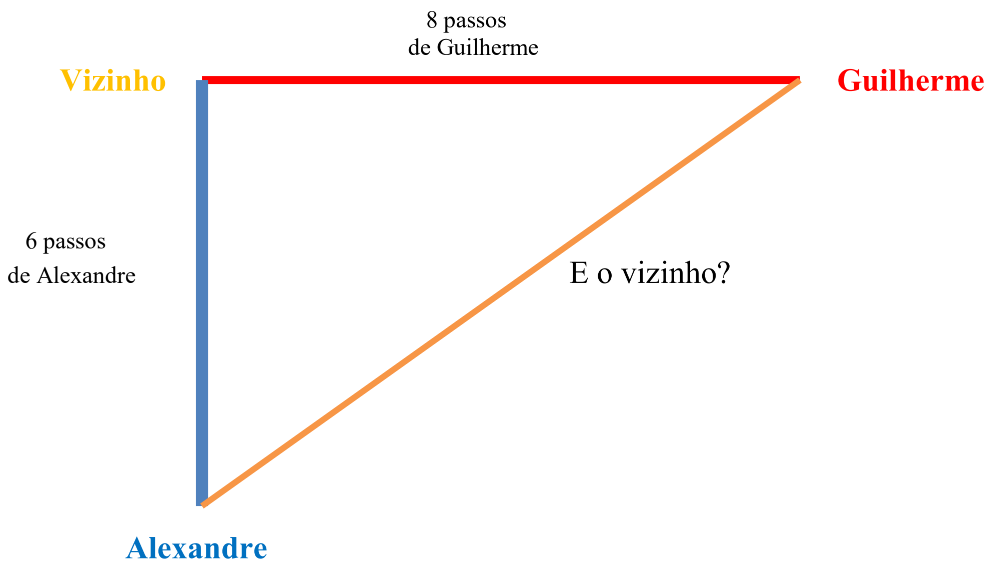

Figura 2 - Os passos de Pitágoras
Fonte: elaboração dos autores

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

Compramos duas garrafas de vinho, pois a noite prometia uma conversa sobre Grafos. Possivelmente, uma das áreas de matemática extremamente fascinante, além das suas diversas relações e aplicações com os fenômenos das coisas e da natureza. Um Grafo finito G, Figura 3, consiste em um conjunto V cujos elementos são chamados de vértices de G e de um conjunto A cujos elementos são chamados de arestas de G.

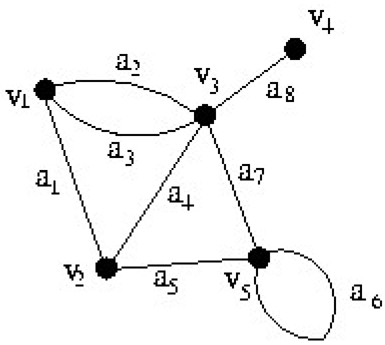

Figura 3 - Grafo
Fonte: https://miltonborba.org/Algf/Grafos.htm

Isso nos fez lembrar uma brincadeira muito comum em nossa infância, que era construir uma casinha, Figura 4, sem tirar a ponta do lápis do papel e que não pudesse passar duas vezes pelo mesmo lugar.

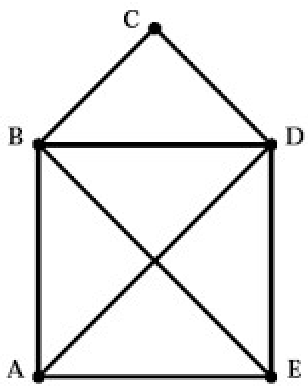

Figura 4 – Grafo atravessável da casinha

Fonte: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/graduacao/po_2/literatura/grafos/monografias/tcc1.pdf

Esses são os tais de grafos atravessáveis, aqueles onde saindo de um vértice qualquer, é possível percorrerem todo o grafo sem passar duas vezes pela mesma aresta. Quem propôs uma solução foi o matemático suíço Leonard Euler por meio do seu Teorema Euleriano, onde afirmava que um grafo é atravessável, quando todos os graus de seus vértices são par, ou seja, a quantidade de arestas que passam pelo vértice é de número par. Daí, surgiu um corolário, consequência do Teorema, que afirmava que um grafo é atravessável com dois vértices de ordem ímpar. Uma leitura obrigatória é do artigo, publicado na revista Ensino em foco v.2, n.5 (2019), intitulado *Uma Proposta Metodológica no Processo Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica: Uma Contribuição de Leonard Euler na Solução do Problema das Sete Pontes de KÖNIGSBERG.*

Essa conversa, já tinha rendido uma garrafa de vinho e muitas conjecturas. Foi quando, apresentamos a resposta da brincadeira de nossa meninice. É possível, sim, fazer a casinha sem tirar o lápis do papel e sem passar duas vezes pelo mesmo lugar. Nota-se que o vértice A tem grau 3, o B tem grau 4, o C grau 2, o D grau 4, o E tem grau 3 e o vértice do centro de grau 4. Pelo corolário, o grafo é atravessável! Basta sair do vértice A e fecharemos o ciclo no vértice E, ou vice versa, sair do E terminando no A.

Fechamos a noite, relembrando um belo problema de matemática sobre apertos de mão de pessoas em uma festa de aniversário. Imagine uma festa realizada na casa de João e Maria com seus quatro casais convidados. Após os comprimentos, (casais não se cumprimentam, entre si) percebeu-se que houve, entre todos os participantes, exatamente $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ e 9 apertos de mão. João deu quatro apertos de mão. E Maria quantos apertos de mão deu? Vamos denotar os cinco casai participantes de: $(\mathrm{A1}, \mathrm{B1}), (\mathrm{A2}, \mathrm{B2}), (\mathrm{A3}, \mathrm{B3}), (\mathrm{A4}, \mathrm{B4})$e $(\text{João}, \text{Maria})$. Observe que algum participante, deu 9 apertos de mão, neste caso ele apertou a mão de todos com exceção de seu companheiro(a), não poderia ser João. Suponha que A1 deu os nove apertos de mão, desta forma B1 teria que ser a pessoa que não cumprimentou ninguém. Temos a resposta do primeiro casal $(\mathrm{A1}, \mathrm{B1}) = (9{,}0)$. Observe que quem apertou a mão de oito pessoas, cumprimentou todos com exceção de seu companheiro(a) e B1. Desta forma, suponha que A2 cumprimentou oito pessoas e B2 apenas apertou a mão de A1, logo $(\mathrm{A2}, \mathrm{B2}) = (8{,}1)$. Seguindo o mesmo raciocínio, quem cumprimentou sete pessoas, apertou a mão de todos com exceção de seu companheiro(a) e de B1 e B2. Assim, suponha que A3 cumprimentou sete pessoas, deste modo B3 apertou a mão apenas de A1, A2, portanto $(\mathrm{A3}, \mathrm{B3}) = (7{,}2)$. Em seguida, a pessoa que cumprimentou seis pessoas, só não apertou a mão de todos com exceção de seu companheiro(a) e de B1, B2 e

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

B3, daí, suponha que A4 cumprimentou seis pessoas, assim B4 apertou a mão apenas de A1, A2 e A3, logo $(A4, B4) = (6,3)$. Finalmente, restam apenas às pessoas que apertaram a mão de três e quatro pessoas, como João apertou a mão de quatro, Maria obviamente cumprimentou três pessoas. Como seria por meio dos grafos, essa representação? Deixemos a cargo do leitor pesquisador.

Certo dia chuvoso foi favorável para embarcarmos no mundo das probabilidades, particularmente o Teorema Binomial de Newton, com suas aplicações fundamentais em diversas áreas do conhecimento. Fascinante! O binômio de Newton nos fala que $(x+y)^n = \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} y^p x^{n-p}$, com $n \in \mathbb{N}$, onde $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$. Por indução matemática, podemos simplesmente analisar que o teorema é verdadeiro para $n = 0$ e $n = 1$. Suponha agora que o teorema é verdadeiro para um inteiro positivo n. Então, para $n + 1$, temos: $(x+y)^{n+1} = (x+y)(x+y)^n$, isto é,

$$= (\sum_{k=o}^{k=n} \binom{n}{k} x^{n-k+1} y^k) + (\sum_{k=o}^{k=n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^{k+1})$$

$$= \binom{n}{0} x^{n+1} + (\sum_{k=1}^{k=n} (\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}) x^{(n+1)-k} y^k) + \binom{n}{n} y^{n+1}$$

$$= \binom{n+1}{0} x^{n+1} + \sum_{k=1}^{k=n} \binom{n+1}{k} x^{(n+1)-k} y^k + \binom{n+1}{n+1} y^{n+1}$$

$$= \sum_{k=0}^{k=n+1} \binom{n+1}{k} x^{(n+1)-k} y^k$$

. O teorema é verdadeiro para o inteiro $n + 1$. Logo finalizamos que o teorema é verdadeiro para todo inteiro não negativo n. ■

Após a demonstração deste belíssimo Teorema, ficamos caçoando de calcular a raiz quadrada de um número natural por meio do binômio. A ideia é tentar encontrar a $\sqrt{x}$, desta forma devemos encontrar um número inteiro positivo *a,* tal que *x* seja o valor mais próximo de a^2 na reta. Observe que $\sqrt{x} = a \rightarrow \sqrt{x} - a = 0$. Elevamos ambos os membros ao valor n, e calculamos $\sqrt{x}$. Quão maior o número natural n, depararemos com melhor aproximação do valor de $\sqrt{x}$. Se $n = 2$, temos que $(\sqrt{x} - a)^2 = 0$, daí, $\sqrt{x} = \frac{a^2+x}{2a}$. Para $n = 3$, $(\sqrt{x} - a)^3 = 0 \leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{a^3+3ax}{x+3a^2}$. Tomando agora para $n = 4, (\sqrt{x} - a)^4 = 0 \leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{a^4+6a^2x+x^2}{4ax+4\ \ ^3}$, e assim sucessivamente. Por exemplo, qual seria o valor de $\sqrt{17}$, para $n = 2 \leftrightarrow \sqrt{17} = 4{,}125$.

$n = 3 \leftrightarrow \sqrt{17} = 4{,}123077$, $n = 4 \leftrightarrow \sqrt{17} = 4{,}123106$, e assim segue. Uma bela aproximação! Um bom exercício para nossa memória. Uma recomendação é a leitura do artigo publicado na Revista UNIABEU, v.11, n.29 (2018) intitulado, *O Modelo Binomial e suas Aplicações no Processo Ensino e Aprendizagem de Matemática*, que descreve o cálculo de probabilidades, pelo Teorema Binomial, no lançamento de moedas.

Uma das noites mais agradáveis foi quando decidimos falar em aritmética modular, assunto da matemática que traz inúmeras aplicações e também explicações sobre os sistemas de códigos adotados no mundo. Quando escrevemos que $a \equiv b \; mod \; m$, estamos afirmando que a e b quando divididos por m deixam o mesmo resto. Por exemplo, $5 \equiv 8 \; mod \; 3$, pois 5 dividido por 3, deixa resto 2 e 8 dividido por 3, deixa resto 2. Se te perguntar quanto vale $9 + 7, t$ome cuidado ao responder, porque pode ser qualquer coisa e nem sempre o óbvio 16.

Imagine um relógio de ponteiros, desta forma $9h + 7h = 4h$ módulo 12. Uma brincadeira arretada é descobrir os dois últimos dígitos do CPF de uma pessoa, que consiste em um sistema de códigos. O número do CPF é constituído de 11 dígitos e, com isso, facilita a organização e identificação nos bancos de dados da Receita Federal. Para conseguir com confiança os dois últimos dígitos verificadores de controle do CPF usa-se a congruência módulo 11, que compreende a seguinte regra: Sejam $\mathrm{A, B, C, D, E, F, G, H, I}$ os nove primeiros dígitos do CPF. Para encontrar o primeiro dígito verificador $V1$, tome $\mathrm{A, B, C, D, E, F, G, H, I}$ e multiplique cada um, respectivamente, por $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e gere a soma $\mathrm{S = 1A + 2B + 3C + 4D + 5E + 6F + 7G + 8H + 9I}$. O décimo dígito V1 é o resto da divisão de S por 11, com a exceção do caso onde o resto é 11, quando será utilizado o dígito zero. Para encontrar o segundo dígito verificador V2, devemos multiplicar, respectivamente, os dígitos de $\mathrm{A, B, C, D, E, F, G, H, I, V1}$ por $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e somar $\mathrm{S' = 0A + 1B + 2C + 3D + 4E + 5F + 6G + 7H + 8I + 9V1}$. O décimo primeiro dígito V2 é o resto da divisão de $\mathrm{S'}$ por 11, com a exceção do caso onde o resto é 101, quando será utilizado o dígito zero.

Como exemplo, imagine um CPF com dígitos $102.306.512 - \mathrm{V1\,V2}$. Tome $\mathrm{S} = 1x1 + 2x0 + 3x2 + 4x3 + 5x0 + 6x6 + 7x5 + 8x1 + 9x2 = 116$, daí 116 dividido 11, deixa resto 6, ou seja, $\mathrm{V1} = 6$. Temos agora $102.306.512 - 6\,\mathrm{V1}$, assim, $\mathrm{S'} = 0x1 + 1x0 + 2x2 + 3x3 + 4x0 + 5x6 + 6x5 + 7x1 + 8x2 + 9x6 = 150$, daí, 150 dividido 11 deixa resto 6. O CPF é $102.306.512 - 66$. Tentem fazer com outros CPFs! Um texto publicado na Revista Ciência e Inovação, v. 5 n. 1 (2020), intitulado, *Aritmética modular na interpretação* *de sistemas codificados no processo de ensino e aprendizagem de matemática,* é leitura obrigatória.

Sempre é interessante conversar sobre funções deriváveis ou taxa de variação. A tangente da medida do ângulo θ de inclinação de uma reta é denominada de coeficiente angular da reta m, o qual representa a derivada da função linear. Assim sendo, na função $f(x) = mx + n$, o valor do coeficiente angular m, equivale a derivada da função, ou seja, a taxa de variação da família de retas com ângulo de inclinação θ. Sendo $f'(x) = m = \tan\theta$, podemos representar no plano cartesiano, conforme apresentado na Figura 5. O valor do coeficiente linear n representa o ponto onde à reta toca o eixo y das ordenadas.

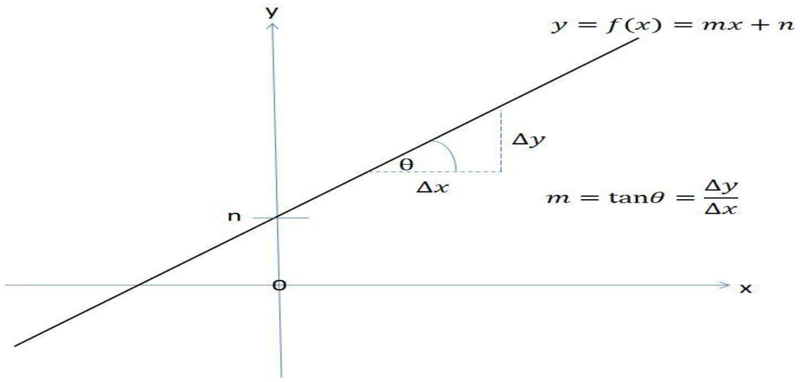

Figura 5 – Gráfico da função $f(x) = mx + n$
Fonte: www.google.com.br

A Figura 6 apresenta uma família de três retas paralelas, correspondendo iguais coeficientes angulares, ou seja, $m = 1$ e $\theta = 45^o$. A variação está nos valores dos coeficientes lineares, onde os valores de n n são -1 (reta verde), 0 (reta amarela) e +1 (reta vermelha).

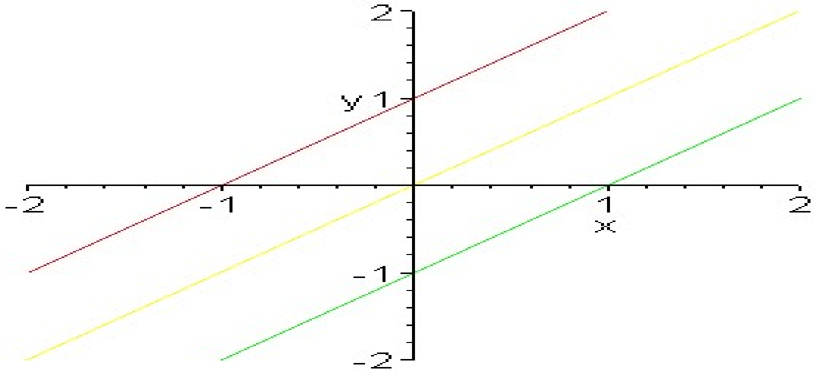

Figura 6 – Gráfico com família de retas do tipo y = mx + b para m = 1 e b = -1, 0 e 1.
Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/func/flrec.htm

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

Completamos a noite ao som de *often a Bird* com uma garrafa de vinho do Porto, tentando escrever algumas aplicações das coisas que tinham como pré-requisitos básico o entendimento de derivadas ou taxas, de forma que a cada dois exemplos citados, um cálice de vinho era derrubado e a brincadeira ficou assim: Circuitos elétricos, determinação da idade de um fóssil, concentração de drogas, população de espécies, problemas de aquecimento e resfriamento de Newton, investimento financeiro, deflexão de vigas, crescimento e decaimento de substâncias, problemas de vazão, lançamento de foguetes, aplicações em economia, problemas de pêndulos, molas, duração de chamadas telefônicas, probabilidades, curvas de oferta e demanda, lucro e receita, problemas de otimização, ⋯ ufa, bêbados !!! A matemática é arretada!

"*Só existem duas verdades absolutas: Deus e a Matemática*" (Pontes, E.A.S). Poderíamos prosseguir registrando incansavelmente sobre todas as possibilidades que a matemática nos proporciona para a compreensão dos fenômenos das coisas e da natureza. Deixaremos essa curiosidade intensamente atrelada a motivação necessária para começar a instigar o pensamento matemático e estabelecer essa estrutura como primordial para a evolução do mundo e das pessoas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática é a rainha das Ciências
Carl Friedrich Gauss

Enfim, a matemática é arretada e poderosa, além de ser prazerosa para os seus fiéis apaixonados que utilizam de todo o pensamento matemático. É intrigante para aqueles que dizem não gostar ou sentem dificuldades em seu aprendizado, muitas vezes herdados dos seus professores de infância, mas mesmo assim, sabem da importância e necessidade dessa que é a ciência de todas as ciências. Teus princípios, relações e conjecturas tornam a maior de todas, sejam nas pequenas compras de mercado até os grandes problemas em aberto para resolver, a matemática está firmemente presente.

Espera-se que este trabalho possa contribuir para incentivar jovens a seguir o caminho do desenvolvimento pleno da matemática e que possa utilizar todo o seu poder em busca de encontrar as razões intrínsecas neste vasto universo. A matemática é arretada!

ISSN 2316-1124 v. 9, n. 14, 2019

REFERÊNCIAS

BORGES, Luciano Rodrigues; BONFIM, Sabrina Helena. A origem dos números. **INTERFACES DA EDUCAÇÃO**, v. 2, n. 6, p. 37-49, 2015.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Editora Blucher, 2019.

CUNHA, Cézar Pessoa. A importância da matemática no cotidiano. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, v. 2448, p. 0959, 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Papirus Editora, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: uma visão do estado da arte. **Proposições, São Paulo**, v. 4, n. 1, p. 7-17, 1996.

DEVLIN, Keith. O gene da matemática. **Rio de janeiro: Record**, 2005.

FOMIN, Dmitry; GENKIN, Sergey; ITENBERG, Ilia. **Círculos matemáticos**. Ediciones SM España, 2015.

FRENKEL, Edward. Amor e Matemática – O coração da realidade escondida. **Rio de Janeiro: Casa da Palavra**, 2014.

POINCARÉ, Henri. A invenção matemática. **Investigar para aprender Matemática**, p. 7-14, 1996.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação-problema. **Revista Sítio Novo**, v. 2, n. 2, p. 44-56, 2018.

PONTES, Edel Alexandre Silva. O MODELO BINOMIAL E SUAS APLICAÇÕES NO PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA. **Revista Uniabeu**, v. 11, n. 29, p. 336-350, 2018.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A LINGUAGEM UNIVERSAL: Matemática suas origens, símbolos e atributos. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 8, n. 12, p. 181-192, 2019.

PONTES, Edel Alexandre Silva. UMA PROPOSTA METODOLÓGICA NO PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA CONTRIBUIÇÃO DE LEONARD EULER NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DAS SETE PONTES DE KÖNIGSBERG. **Ensino em Foco**, v. 2, n. 5, p. 21-32, 2019.

PONTES, Edel Alexandre Silva; DA SILVA, Luciano Martins. Aritmética modular na interpretação de sistemas codificados no processo de ensino e aprendizagem de matemática. **Revista de Ciência e Inovação**, v. 5, n. 1, 2020.
PONTES, Edel G. S. **Tecnologias para o aprendizado da estatística e probabilidades em cursos de nível superior.** Maceió: QGráfica, 2012.

PROVIDÊNCIA, Natalia B. da. **2+2=11**. Lisboa: Gradiva, 2001.

SÉRATES, J. Raciocínio Lógico, Volumes I e II. **Editora Jonofon Sérates, 11a edição**, 2004.

SILVA, Anabela; MARTINS, Susana. Falar de Matemática Hoje é.. **Millenium**, 2000.

TAHAN, Malba; DE LINHARES, Thais Quintella. **O homem que calculava**. 2010.