

VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM PRODUTO EDUCACIONAL: UM JOGO MATEMÁTICO DESENVOLVIDO A PARTIR DA IDEIA INTUITIVA DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF AN EDUCATIONAL PRODUCT: A MATHEMATICAL GAME DEVELOPED FROM THE INTUITIVE IDEA OF ARITHMETIC PROGRESSION

Edel Alexandre Silva Pontes¹ Adson Júnior Carvalho da Silva²

Antonio Ancelmo de Cerqueira Neto³ Erika Cristina de Almeida⁴

Maria Aldenise Barbosa dos Santos⁵ Noemy de Carvalho Araújo⁶

RESUMO: Jogos matemáticos tem constituído uma prática pedagógica regular no processo de ensino e aprendizagem de matemática da educação básica, estabelecendo uma forma lúdica para a difusão dos conteúdos e essencialmente para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Este trabalho objetivou apresentar um jogo matemático, pertencente a um produto educacional produzido pelo grupo de pesquisa GALC, chamado jogo de n ximbras para progressões, cujo pré-requisito para seu entendimento é a ideia intuitiva de uma progressão aritmética. Metodologicamente, a pesquisa experimental foi realizada com seis alunos voluntários do curso técnico em informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo, da qual sua finalidade era dispor a utilização do jogo para os envolvidos com o entendimento de estratégias ótimas, para em seguida propor a construção de jogos isomorfos similares. O emprego de novas metodologias para o ensino e aprendizagem de matemática tem despertado a criatividade e o raciocínio de muitos alunos da educação básica. Espera-se que este trabalho seja estimulante para professores e pesquisadores no escopo de despertar novos estudos para propostas pedagógicas motivadoras e eficientes no ato de ensinar e aprender matemática.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem de Matemática. Progressão Aritmética. Jogos Matemáticos.

ABSTRACT: Mathematical games have been a regular pedagogical practice in the teaching and learning process of basic education mathematics, establishing a playful way for the dissemination of content and essentially for the cognitive development of the student. This work aimed to present a mathematical game, belonging to an educational product produced by the research group GALC, called a game of n curls for progressions, whose prerequisite for its understanding is the intuitive idea of an arithmetic progression. Methodologically, the experimental research was carried out with six volunteer students from the technical course in computer science at the Federal Institute of Alagoas - Campus Rio Largo, whose purpose was to provide the use of the game for those involved with the understanding of optimal strategies, and then to propose the construction of similar isomorphic games. The use of new methodologies for teaching and learning mathematics has sparked the creativity and reasoning of many students in basic education. It is expected that this work will be stimulating for teachers and researchers in the scope of awakening new studies for motivating and efficient pedagogical proposals in the act of teaching and learning mathematics.

Keywords: Teaching and Learning of Mathematics. Arithmetic progression. Mathematical Games.

¹ Pesquisador, Professor Titular do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo. edel.pontes@ifal.edu.br

² Estudante do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo. adsoncarvalho.2019.2@gmail.com

³ Estudante do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo. ancelmismo@gmail.com

⁴ Estudante do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba – Campus Cajazeiras. erikacrisalmeida@gmail.com

⁵ Estudante do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo. barbosadenise351@gmail.com

⁶ Estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas. noemy.carvalhoaraujo@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Diversos estudos em Educação Matemática, com ênfase no ensino e aprendizagem de matemática, são desenvolvidos anualmente na investigação de alternativas pedagógicas viáveis para aproximar o aluno aprendiz, fruto de uma geração tecnológica, da escola que frequenta. É intolerável se ter uma transformação científica e tecnológica no mundo contemporâneo interligado a uma grande distorção exposta nas instituições de educação no manejo em dispor a matemática como uma ferramenta imprescindível para o desenvolvimento cognitivo do sujeito envolvido.

No mundo contemporâneo diversas pesquisas são realizadas em busca de uma solução eficaz no processo ensino e aprendizagem de matemática, tendo como foco as suas novas técnicas da educação matemática. Os conteúdos de matemática na educação básica devem passar por um criterioso processo de reformulação e deve ser repensado através destas novas técnicas apresentadas na educação matemática (PONTES, 2019, p.2).

A utilização frequente de novas tecnologias para o ensino e aprendizagem de matemática tem significado uma saída estratégica para suavizar as discrepâncias entre o que se aprende na escola e o que se leva para a vida. Não queremos recomendar mudanças radicais e nem tão pouco ser o salvador do conhecimento, principalmente quando o quesito em jogo é a ciência que explica os fenômenos das coisas e da natureza por seus complexos e excêntricos modelos, mas ter a capacidade de transformar o modelo habitual de ensino e aprendizagem de matemática, a partir de uma proposta motivadora e eficiente.

As atividades lúdicas são inerentes ao ser humano. Cada grupo étnico apresenta sua forma particular de ludicidade, sendo que o jogo se apresenta como um objeto cultural. Por isso, encontramos uma variedade infinita de jogos, nas diferentes culturas e em qualquer momento histórico. A necessidade do Homem em desenvolver as atividades lúdicas, ou seja, atividades cujo fim seja o prazer que a própria atividade pode oferecer, determina a criação de diferentes jogos e brincadeiras (GRANDO, 2000, p.8).

Diante de tantas inquietudes e indagações sobre uma proposta competente para o processo de ensino e aprendizagem de matemática que nosso grupo de pesquisa projetou o Kit de Jogos Matemáticos para a Educação Básica, arquitetamos nosso produto educacional com a finalidade de que professores de matemática possam estabelecer uma sintonia com seus alunos por intermédio de um conjunto de jogos matemáticos, particularmente, este estudo tem a finalidade de verificar experimentalmente um dos jogos do nosso produto educacional.

O produto educacional é resultado de um processo reflexivo e contextualizado que contém os saberes da experiência dos professores da Educação Básica. Tal produto

não é mera transposição didática de uma escola para a outra. Muito menos um material didático pronto para ser manipulado por professores e estudantes. Pelo contrário, é vivo, contém fluência, movimento e nunca está pronto e acabado porque representa a dinâmica das aulas de Matemática vivenciada pelos estudantes (Souza, 2011, p.4-5).

Este estudo descritivo e experimental foi concretizado pelos membros do GALC (Geometria, Álgebra, Lógica e Combinatória), Grupo de Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, vinculado ao Instituto Federal de Alagoas, que tem como proposta investigar e apresentar novas metodologias e práticas inovadoras para o ensino e aprendizagem de matemática.

O surgimento de novas concepções sobre como se dá o conhecimento, tem possibilitado outras formas de considerar o papel do jogo no ensino. O jogo, na educação matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado “provocador” de aprendizagem. O aluno, colocado diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, sendo assim, apreende também a estrutura matemática presente. O jogo será conteúdo assumido com a finalidade de desenvolver habilidades de resolução (CABRAL, 2006, p.15).

Assim sendo, este trabalho objetivou apresentar uma proposta pedagógica para o ato de ensinar e aprender matemática a partir de um jogo de ximbras (bolas de gude) através de uma noção intuitiva de Progressão Aritmética (P.A.) como elucidação para a solução de um jogo matemático. Titulamos esta “brincadeira” escolar de jogo de ximbras para progressões, fazendo parte do produto educacional do GALC - kit de jogos matemáticos para educação básica. Metodologicamente, para comprovação da eficácia do modelo sugerido foi realizada uma pesquisa experimental com seis alunos do curso técnico de informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1.Noção Intuitiva de uma Progressão Aritmética

Um dos tópicos mais conhecidos no ensino médio da educação básica são as Progressões Aritméticas (P.A.) que propõem um modelo matemático com inúmeras aplicabilidades no cotidiano do aprendiz. Neste artigo a ideia é utilizar uma noção intuitiva de P.A. para encontrar respostas das indagações provocadas a partir de um jogo matemático.

Uma P.A. é uma sucessão numérica $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ em que cada termo, a partir do segundo, é igual a soma do termo anterior com uma constante r , chamada razão, isto é, $a_n = a_{n-1} + r$. Uma P.A. cujo primeiro termo é 1 e sua razão é $r = 5$ é representada por: $(1, 6, 11, 16, 21, 26, \dots)$.

2.2. Por que utilizar um jogo matemático como prática pedagógica no processo de ensino e aprendizagem de matemática?

Segundo Moura e Viamonte (2006), os jogos matemáticos com finalidade pedagógica, devem propiciar entretenimento e prazer, introduzindo características do lúdico, da capacidade de iniciação e ação motivadora, permitindo a promoção do aprendiz a vários tipos de conhecimentos e habilidades.

De entre os vários tipos de jogos educativos é de especial importância destacar os de estratégia, pois não estão associados ao fator sorte, dependem única e exclusivamente do jogador para vencer. As habilidades envolvidas na elaboração de uma estratégia para vencer o jogo, que exigem tentar, observar, analisar, conjecturar e verificar compõem o raciocínio lógico, importante para o ensino da Matemática (MOURA & VIAMONTE, 2006, p.2).

Conforme Grando (2000), o jogo, como ferramenta de ensino e aprendizagem da Matemática, tem sido aceito, nos meios científicos e educacionais, como forma de diagnóstico e intervenção psicopedagógica, de modo que em várias ocasiões, o aprendiz exerce atividades com jogos em seu cotidiano, fora do ambiente escolar.

Quanto ao caráter lúdico, salientamos que os jogos despertam a atenção de praticamente todos os alunos. Ao que parece, quando estão jogando, se divertem sem o compromisso de aprender algo imposto pelos conteúdos apresentados comumente pelos professores. [...] Este descomprometimento gera grande entusiasmo aos alunos durante os jogos e tal momento deve ser aproveitado para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos e para a consolidação dos que já possuem. O professor deve aproveitar amplamente esta oportunidade de ensinar Matemática de forma prazerosa, pois desta forma o aluno aprende sem perceber e sem se martirizar porque não entende Matemática. Nesse sentido, o uso de jogos no ensino da Matemática é estimulado com o objetivo de mudar a rotina da classe, despertar o interesse do aluno e fazê-lo gostar de aprender os conteúdos dessa disciplina (BIANCHINI, GERHARDT, & DULLIUS, 2011, p.3).

Pontes (2017) afirma que o uso do jogo permite ao aluno ampliar as habilidades de operações com números, possibilitando meios para desenvolver, intuitivamente, seu modo de pensar matematicamente. O jogo bem preparado concebe no processo ensino e aprendizagem um elemento pedagógico essencial para a produção de conhecimento, fazendo com que o aprendiz possa importunar sua curiosidade e aumentar a arte de criar e desenvolver seu meio de convivência.

O ensino e aprendizagem de Matemática estar sujeito a uma grande multiplicidade de regras clássicas que torna sua instrução bastante metódica e complexa. [...] É preciso estimular o pensamento matemático do aprendiz e fortalecer sua capacidade de resolver problemas, de modo a abrandar as defasagens entre a prática escolar e o cotidiano do indivíduo. A resolução de um problema deve seguir uma estratégia que leve o desafiante a utilizar toda sua criatividade e conhecimento em busca da solução ideal (PONTES & PONTES, 2020, p.32).

Segundo Pontes et al. (2018) o processo de ensino e aprendizagem de matemática está associado ao pensamento matemático e, conseqüentemente, idealizar estruturas para contextualizar esse conhecimento da melhor maneira possível, de maneira que possa fortalecer o desenvolvimento cognitivo do aprendiz. O jogo matemático é um caminho ideal para desenvolver técnicas que levem o aluno ao entendimento da matemática, haja vista que no mundo contemporâneo é quase impossível compreender os modelos do cotidiano sem ter um conhecimento pleno da ciência das formas e da natureza.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Neste estudo foi realizada uma pesquisa experimental com seis alunos do curso técnico de Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo com o objetivo de apresentar o jogo de n ximbras para progressões e que eles pudessem exercitar tantas vezes fosse necessário para o entrosamento pleno da proposta do jogo. Em seguida, foi recomendado que eles pudessem instituir seus próprios jogos isomorfos, apresentando suas estratégias de jogada. “Alunos com dificuldades de aprendizagem vão gradativamente modificando a imagem negativa (seja porque é assustadora, aborrecida ou frustrante) do ato de conhecer, tendo uma experiência em que aprender é uma atividade interessante e desafiadora” (DA SILVA & KODAMA, 2004, p.3).

O jogo consiste em dois jogadores que vão se alternando a cada jogada, retirando uma quantidade deliberada de bolas de gude de uma caixa de n bolas de gude. O vencedor da partida é aquele jogador que conseguir retirar as últimas bolas de gude da caixa. Antes de iniciar o jogo se faz necessário apresentar duas regras fundamentais do jogo:

- a. Quantas bolas (n) serão colocadas na caixa?
- b. Quantas bolas podem ser retiradas por rodada?

Observa-se que a cada partida, o total de bolas (n) e a quantidade máxima de bolas que podem ser retiradas da caixa, por rodada, pode ser alterada.

Um jogo clássico é o de 21 ximbras: são 21 bolas de gude na caixa e cada jogador, por rodada, pode retirar de 1 a 3 bolas. Nota-se que o importante desse jogo é a possibilidade de descobrir estratégias de forma a executar plenamente a tarefa com sucesso. Algumas indagações são apresentadas:

- a. Existe alguma estratégia para vencer o jogo?
- b. É mais vantagem inicial a partida ou ser o segundo jogador?

Vamos inicialmente intuir que nesse jogo de 21 ximbras, se o jogador estrategista⁷ deixar em sua penúltima rodada quatro bolas de gude na caixa, com 17 bolas retiradas, ele será o vencedor! Pois, seu adversário, na jogada seguinte, poderá no máximo retirar três bolas, deixando na caixa uma, duas ou três bolas. Percebe-se que para se chegar a quatro bolas de gude na penúltima rodada é necessário que na antepenúltima rodada do estrategista se tenha oito bolas na caixa, com 13 bolas retiradas, pois com oito bolas na caixa, seu adversário, independente da quantidade retirada de bolas, deixará outra quantidade de bolas na caixa e com a jogada seguinte do estrategista sobrarão as quatro bolas. Seguindo este mesmo raciocínio, para se chegar a oito bolas na caixa na jogada do estrategista é preciso que na sua jogada anterior se tenha 12 bolas de gude, com nove bolas retiradas, e assim sucessivamente. Observa-se, por essa estratégia, a seguinte conclusão: para o estrategista chegar em 21, deve-se chegar em 17 (deixando quatro bolas na caixa), antes 13 (oito bolas na caixa), antes 9 (12 bolas na caixa), antes 5 (16 bolas na caixa), e finalmente 1, (20 bolas na caixa). Nota-se que o jogador que iniciar (1º jogador) retirando uma bola da caixa e seguindo sempre uma P.A. de razão quatro: 1, 5, 9, 13, 17 e 21, vencerá o jogo. Uma simulação do jogo, Tabela 1:

Tabela 1: Simulação do Jogo 21 – estrategista x adversário

	Rodada	1º	2º	3º	4º	5º	6º
1º jogador	Estrategista	1	2	1	2	1	2
2º jogador	Adversário	2	3	2	3	2	

Fonte: Elaboração dos Autores

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após a explanação sobre as regras do jogo de 21 ximbras, aos seis alunos voluntários participantes, foi disponibilizado um tempo para que eles pudessem jogar, entre eles, com o objetivo de tentar descobrir estratégias ótimas para a solução ideal do jogo.

Depois de vários embates e discussões sobre os melhores caminhos para se chegar a vitória no jogo de 21 ximbras, os alunos, de forma unanime, identificaram a melhor estratégia, utilizando o conceito de P.A. Em seguida, foi exposto a proposta para que eles pudessem disponibilizar seis jogos isomorfos com estratégias semelhantes, de modo que fosse divulgado a quantidade de bolas disponível na caixa, o intervalo de bolas retiradas por jogada, a sequência da P.A. para obter o sucesso e sua razão, e, finalmente, a melhor estratégia de saída

⁷ Jogador que conhece todos os caminhos para vencer o jogo.

como 1º a jogar ou ser o 2º a jogar. Apresentam-se, na Tabela 2, os jogos disponibilizados pelos alunos com suas devidas regras e estratégias.

Tabela 1: Jogos criados pelos alunos voluntários, com regras e estratégias

Aluno	Bolas na caixa	Intervalo de retirada por jogada	Sequência (P.A.) de bolas retiradas por rodada	Razão da P.A.	Vencedor
A1	11	1 - 2	(2, 5, 8, 11),	3	1º
A2	17	1 - 4	(3, 8, 13, 18)	5	1º
A3	36	1 - 5	(6, 12, 18, 24, 30, 36)	6	2º
A4	40	1 - 3	(4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40)	4	2º
A5	57	1 - 7	(1, 9, 17, 25, 33, 41, 49, 57)	8	1º
A6	60	1 - 4	(5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60)	5	2º

Fonte: Elaboração dos Autores

O aluno A1 propôs o jogo com 11 bolas na caixa e, a cada rodada, cada jogador poderia extrair uma ou duas bolas da caixa. Desta forma, a melhor estratégia a seguir, é ser o primeiro jogador (estrategista) com a retirada inicial de duas bolas, a partir daí, basta seguir a sequência de razão três: 5, 8 e 11. A Tabela 3 apresenta uma simulação:

Tabela 3: Simulação do Jogo 11 – estrategista x adversário

	Rodada	1º	2º	3º	4º
1º jogador	Estrategista	2	2	1	1
2º jogador	Adversário	1	2	2	

Fonte: Elaboração dos Autores

Em contra partida, o aluno A3 sugeriu um jogo com 35 bolas e retirada de no máximo cinco bolas, por jogada. Pela sequência (P.A.) de razão seis, percebe-se que o ideal é ser o 2º jogador (estrategista), de modo que possa na primeira rodada extrair uma quantidade de bolas que finalize, na 1º rodada, com seis bolas fora. Se o 1º jogador (adversário), inicialmente, retirar uma bola, o 2º jogador (estrategista), saca cinco, se o adversário retirar duas bolas, consequentemente, o estrategista extrai quatro bolas, assim sucessivamente, até se completar a sequência: 6, 12, 16, 24, 30 e 36. A Tabela 4 apresenta uma simulação:

Tabela 4: Simulação do Jogo 36 – estrategista x adversário

	Rodada	1º	2º	3º	4º	5º	6º
1º jogador	Adversário	4	1	5	3	4	1
2º jogador	Estrategista	2	5	1	3	2	5

Fonte: Elaboração dos Autores

Nota-se que os jogos dos alunos A2, A4, A5 e A6, as melhores estratégias de saída, são, respectivamente, ser o 1º jogador, ser o 2º, ser o 1º e ser o 2º, com saídas iniciais de três, quatro, um e cinco bolas, respectivamente. Lembre-se que, no caso do estrategista for o segundo a jogar, ele deve retirar, na primeira rodada, uma quantidade de bolas que somada com a retirada do 1º jogador (adversário) dê o número explicitado no primeiro elemento da sequência.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Procurando novas atitudes de ensinar e aprender matemática através de jogos, poderemos proporcionar uma educação de extrema qualidade e que verdadeiramente alcance ir ao embate dos interesses e necessidades do aluno aprendiz. “Precisamos criar uma ponte entre a abstração matemática e seus resultados práticos” (PONTES, 2013, p. 2). Faz-se necessário conjecturar que uma atividade lúdica não é apenas uma simples outra atividade escolar, mas uma maneira de pensar matematicamente, enfrentando os desafios em busca da solução ideal.

O Produto Educacional Kit de Jogos Matemáticos para a Educação Básica, em particular o jogo de n ximbras para progressões, desenvolvido neste estudo, devido ao custo e benefício em sua idealização e facilidade em sua aplicação, mostrou-se proeminente para trabalhar os conceitos intuitivos de P.A., admitindo seu emprego nas inúmeras realidades sociais das escolas da educação básica.

É admirável destacar que as investigações e indagações apresentadas pelos seis estudantes voluntários não representam uma generalização de julgamentos das facilidades e/ou dificuldades sobre o jogo das progressões. Não obstante, simulam um cenário que podem aperfeiçoar o produto educacional com o desígnio de aproximar seu uso da realidade educativa do aprendiz.

Por fim, nesse ponto de vista, poderemos pôr sob suspeita o estilo como o processo de ensino e aprendizagem de Matemática vêm sendo vistos por professores e alunos na educação básica e desta forma, por intermédio da análise e efetivação do jogo de n ximbras para progressões, pode-se concluir que os voluntários atingiram os benefícios deparados e, conseqüentemente, os objetivos foram alcançados durante a execução da proposta.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Gisele; GERHARDT, Tatiane; DULLIUS, Maria Madalena. Jogos no ensino de matemática “quais as possíveis contribuições do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem da matemática?”. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 2, n. 4, 2011.

CABRAL, Marcos Aurélio et al. A utilização de jogos no ensino de matemática. 2006.

DA SILVA, Aparecida Francisco; KODAMA, Helia Matiko Yano. Jogos no ensino da Matemática. **II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática**, p. 1-19, 2004.

GRANDO, Regina Célia et al. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000.

MOURA, Paula Cristina; VIAMONTE, Ana Júlia. Jogos matemáticos como recurso didático. **Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa**, 2006.

PONTES, Edel Alexandre Silva. HIPERMAT–Hipertexto Matemático: Uma ferramenta no ensino-aprendizagem da matemática na educação básica. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 2, n. 2, 2013.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Os números naturais no processo de ensino e aprendizagem da matemática através do lúdico. **Diversitas Journal**, v. 2, n. 1, p. 160-170, 2017.

PONTES, Edel Alexandre Silva. INDAGAÇÕES DE UM PROFESSOR-PESQUISADOR SOBRE O PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA. **RACE-Revista da Administração**, v. 2, p. 11-20, 2018.

PONTES, Edel Alexandre Silva. MÉTODO DE POLYA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA. **HOLOS**, v. 3, p. 1-9, 2019.

PONTES, Edel Alexandre Silva; PONTES, Edel Guilherme Silva. Isomorfismo Básico Estrutural na Resolução de Problemas: A Similaridade entre a equação $x + y + z = 15$, o Jogo da Velha e o Quadrado Mágico no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 9, n. 17, p. 31-38, 2020.

SOUSA, Maria do Carmo. Produtos educacionais de Matemática elaborados por professores da Educação Básica no âmbito do NIPEM. **Anais do Encontro da rede de professores, pesquisadores e licenciandos de Física e de Matemática**, São Carlos, SP, 2011.